

Exercice III-2 : Spectres de l'atome d'hydrogène et de l'ion Li^{2+} .***Enoncé***

- 1- Exprimer le nombre d'onde $1/\lambda$ d'émission d'un atome d'hydrogène en fonction des énergies E_i et E_j des niveaux entre lesquels s'effectue une transition.
- 2- Calculer le nombre d'onde en cm^{-1} ainsi que les longueur d'onde en nm pour les raies extrêmes de chacune des deux premières séries (Lyman $n_j = 1$, Balmer $n_j = 2$).
- 3- Indiquer sur un axe gradué en longueurs d'onde, les domaines concernés pour chacune des séries, leur position par rapport au visible (compris environ entre 400 nm et 750 nm).
- 4- Quelle est l'énergie du niveau le plus bas de l'ion Li^{2+} ?
- 5- Comparer le nombre d'onde de la raie située le plus loin vers l'UV ($\lambda < 400$ nm) dans le spectre pour H et Li^{2+} .

Correction :

1- Le nombre d'onde est donné par la formule de Ritz qui se déduit des niveaux énergétiques de l'ion hydrogénéoïde (l'écart énergétique entre 2 niveaux est égal à l'énergie du photon émis ou absorbé) :

$$\frac{1}{\lambda} = -R_{\text{Ry}} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2} \right) \text{ cf. cours : Atome d'Hydrogène et ion Hydrogénéoïde.}$$

2- Pour la série de **Lyman**, le niveau énergétique de retour est $n = 1$; les raies extrêmes sont donc :

$$n_j = 1 \text{ et } n_i = 2 \text{ pour la raie de plus faible énergie}$$

$$\text{et } n_j = 1 \text{ et } n_i = \text{infini (niveau d'ionisation) pour la raie la plus énergétique}$$

$$\text{On en déduit que : } 1/\lambda = 0,822 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1} ;$$

$$\text{Soit } \lambda = 121,6 \text{ nm (raie la plus faible énergétiquement) ;}$$

$$\text{Et } 1/\lambda = 1,0962 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1} ;$$

$$\text{Soit } \lambda = 91,2 \text{ nm (raie la plus énergétique) ;}$$

Pour la série de **Balmer**, le niveau énergétique de retour est $n = 2$; les raies extrêmes sont donc :

$$n_j = 2 \text{ et } n_i = 3 \text{ pour la raie de plus faible énergie}$$

$$\text{et } n_j = 2 \text{ et } n_i = \text{infini (niveau d'ionisation) pour la raie la plus énergétique}$$

$$\text{On en déduit que : } 1/\lambda = 1,5225 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1} ;$$

$$\text{Soit } \lambda = 656,8 \text{ nm (raie la plus faible énergétiquement) ;}$$

$$\text{et } 1/\lambda = 2,7405 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1} ;$$

$$\text{Soit } \lambda = 364,9 \text{ nm (raie la plus énergétique).}$$

3- Pour la série de **Lyman**, les raies sont émises dans l'UV lointain ; pour la série de **Balmer**, elles sont émises dans le visible.

4- L'énergie d'énergie du niveau fondamental de l'ion hydrogénéoïde vaut :

$$E_{\text{fond}} = -R_{\text{Ry}} \left(\frac{Z_{\text{Li}}}{n} \right)^2 = -122,4 \text{ eV (avec } Z_{\text{Li}} = 3 \text{ et } n = 1).$$

5- On compare les nombres d'onde de la raie située le plus loin vers l'UV, c'est-à-dire des raies les plus énergétiques (niveau d'ionisation) pour l'hydrogène et Li^{2+} . On a :

$$\text{H : } \lambda = 91,2 \text{ nm } (1/\lambda = 1,5225 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}) ;$$

$$\text{Li}^{2+} : \lambda = 10,1 \text{ nm } (1/\lambda = 9,8656 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}).$$